EXERCICE N°1 : 3 points 20 '

1) Soit f la fonction définie sur $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$, par f(x) = sinx. Répondre par **VRAI ou FAUX** :

a) f admet une fonction réciproque f^{-1} continue et strictement décroissante sur [−1,1]

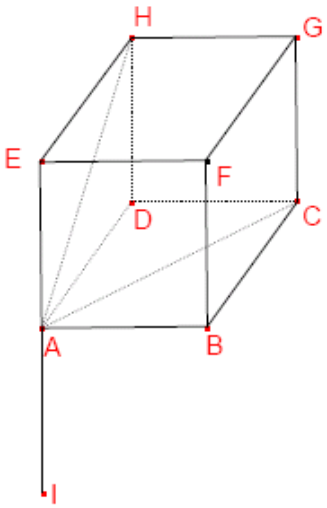
b) $f^{-1}(\frac{1}{2}) = \frac{\pi}{6}$.

c) f^{-1} est dérivable en $-\frac{1}{2}$ et $(f^{-1})'(-\frac{1}{2}) = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$.

d) f est dérivable sur [-1 , 1] et on a : $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

2) On donne le cube ABCDEFGH, d'arête de longueur 1.

On désigne par I le symétrique de E par rapport à A.



Une seule réponse est exacte. Choisir **la bonne réponse :**

a- $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AD}$ =

A. $\vec{0}$ B. $\overrightarrow{AE}$ C. $\overrightarrow{AI}$

b- $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AH}$ =

A. 0 B. 1 C. $\sqrt{2}$

EXERCICE N°2 : 4 points 20 '

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points A(−1,0,1); B(1,4,−1); C(3,−4,−3)et D(4,0,4) .

1) Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

2) Montrer que ABC est un triangle rectangle en A.

3) a) Déterminer les composantes de $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC)

4) Calculer la distance d (O , (AB)).

5) Calculer le volume V du tétraèdre ABCD.

EXERCICE N°3 : 5 points 30 '

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + x^2)}$.

1) a. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminer f '(x).

b. Montrer que pour tout $x \in]\,[0,1]$ on a : $|f'(x)| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$.

2) Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$.

a. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $0 \leq U_n \leq 1$.

b. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $|U_{n+1} - 1| \leq \frac{1}{\sqrt{2}} |U_n - 1|$.

c. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $|U_n - 1| \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$.

d. Déterminer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

EXERCICE N°4 : 7 points 40 '

Soit f la fonction définie sur I =] 0 , 4[par : $f(x) = \frac{x - 2}{\sqrt{4x - x^2}}$

C_f désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x)$ .Interpréter graphiquement les résultats obtenues.

b) Montrer que f est dérivable sur I et vérifier que $f'(x) = \frac{4}{\sqrt{4x - x^2}^3}$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

2) a) Vérifier que le point A(2 , 0) est un centre de symétrie pour C_f .

b) Déterminer l'équation de la tangente T à C_f au point A.

c) Tracer C_f et T.

3) a) Justifier que f admet une infinité de primitive F définie sur I.

b) Déterminer la fonction primitive F_1 de f et qui s'annule en 2.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com